

# FICHE MÉTHODE

## SAVOIR-FAIRE QUANTITATIFS EN S.E.S.

### **CALCULER UNE PROPORTION OU UN ÉCART RELATIF**

#### **CALCUL D'UNE PROPORTION OU D'UN POURCENTAGE DE RÉPARTITION**

**Pour comparer 2 données statistiques**, c'est à dire l'ensemble ou la population que je compare et le tout ou la population de référence, il est préférable de mesurer l'**écart relatif** qui les sépare au moyen d'un **rapport**. Au numérateur on placera la donnée à comparer (ex : les 20 filles de la classe) et au dénominateur la donnée de référence (ex : l'ensemble des 30 élèves de la classe) :

$$\frac{\text{Ce que je compare}}{\text{Ce à quoi je compare}} = \frac{\text{donnée à comparer}}{\text{donnée de référence}} = \frac{\text{Partie ou élément}}{\text{TOUT ou Ensemble}}$$

Dans l'exemple : Nombre de filles / Nombre total d'élèves de la classe =  $20/30 = 2/3$

Si je veux exprimer ce rapport en pourcentage, je multiplie son résultat par 100

$$(2/3) \times 100 = 66,66$$

Les filles de la classe représentent 66,66 % des élèves de la classe, soit 2 élèves sur 3.

#### **CALCUL D'UN ÉCART RELATIF ENTRE DEUX VARIABLES (DANS L'ESPACE OU DANS LE TEMPS)**

Je veux mesurer un écart entre deux variables séparées dans le temps (ex : le PIB en 2003 par rapport au PIB en 1980) ou dans l'espace (le PIB/hab de la France par rapport au PIB/hab des États-Unis en 2003). Le principe est le même.

#### **1<sup>er</sup> outil : La variation absolue ou l'écart absolu**

Je calcule simplement la différence entre les deux valeurs à comparer par une soustraction.

##### **•Variation absolue d'une variable (dans le temps) :**

$$\text{Valeur la plus récente} - \text{Valeur la plus ancienne} = \text{Variation absolue}$$

$$\text{Ex : } \text{PIB}_{2003} - \text{PIB}_{1980} = 1\,557,2 - 389,1 = 1\,168,1$$

Le PIB a augmenté de 1 168,1 milliards d'euros de 1980 à 2003.

*NB : un résultat négatif doit être interprété comme une diminution*

##### **•Écart absolu entre deux variables (dans l'espace) :**

$$\text{Valeur la plus grande} - \text{Valeur la plus faible} = \text{écart absolu}$$

$$\text{Ex : } \text{PIB/hab des Eu (2003)} - \text{PIB/hab de la France (2003)} = 37\,500 - 28\,300 = 9\,200$$

Les données étant exprimées en dollars US, on en déduit que le PIB par habitant des États-Unis est supérieur de 9200 \$ à celui de la France. Ou encore que le PIB/hab de la France est inférieur de 9200 \$ à celui des États-Unis.

Inconvénient de cet outil, il ne permet pas de bien se représenter des écarts importants entre deux variables. On lui préférera souvent les outils suivants permettant de mesurer des écarts relatifs.

#### **2<sup>ème</sup> outil : Le coefficient multiplicateur**

Je calcule le rapport entre les variables à comparer :

$$\frac{\text{valeur à comparer}}{\text{valeur de référence}} \text{ OU } \frac{\text{valeur la plus grande}}{\text{valeur la plus petite}} \text{ OU } \frac{\text{valeur d'arrivée}}{\text{valeur de départ}}$$

• **Coefficient multiplicateur d'une variable dans le temps** :  $CM = \text{Valeur d'arrivée} / \text{Valeur de départ}$

Ex :  $PIB_{2003} / PIB_{1980} = 1\,557,2 / 389,1 = 4,002$

Le PIB de la France a été multiplié environ par 4 de 1980 à 2003.

*NB<sub>1</sub> : Un résultat inférieur à 1 doit être interprété comme une diminution. Il est préférable alors de calculer le rapport inverse (valeur la + grande / valeur la + petite) pour avoir un résultat exploitable.*

• **Coefficient multiplicateur entre deux variables dans l'espace**:

**Variable la plus grande / Variable la plus petite**

Ex :  $PIB/hab \text{ des Eu (2003)} / PIB/hab \text{ de la France (2003)} = 37\,500 / 28\,300 = 1,325$

On en déduit que le PIB par habitant des États-Unis est 1,3 fois supérieur à celui de la France. Ou encore que le PIB/hab de la France est 1,3 fois inférieur à celui des États-Unis.

### 3<sup>ème</sup> outil : **l'écart relatif en pourcentage**

**Premier cas : je veux comparer les deux valeurs d'une variable dans le temps.**

Autrement dit je dois mesurer la variation relative de cette variable entre une date (+ ancienne) et une autre (+ récente). Il s'agit d'un **taux de variation** que je calcule ainsi :

$$TV = \frac{V_{d'arrivée} - V_{de\ départ}}{V_{de\ départ}} \times 100 = \frac{V_A - V_D}{V_D} \times 100$$

Ex :  $[(PIB_{2003} - PIB_{1980}) / PIB_{1980}] \times 100 = [(1\,557,2 - 389,1) / 389,1] \times 100 = 300,21$

Le PIB de la France a augmenté de 300 % de 1980 à 2003.

*NB<sub>1</sub> : Lorsque la variation est positive on parle également de **taux de croissance**.*

*NB<sub>2</sub> : Un taux de variation négatif doit être interprété comme une diminution en %. Il s'agit alors d'un taux de décroissance.*

**L'écart entre 2 taux de variation se mesure en points.**

Ex: Si le PIB a augmenté de 3% en 2001 et de 1% en 2002, son taux de variation a diminué de 2 points. Le PIB **a continué d'augmenter mais moins vite**. Attention donc à ne pas confondre évolution du taux de variation et évolution de la grandeur elle-même !

**Les taux de variation ne s'additionnent pas !**

Pour obtenir la variation totale sur plusieurs périodes, il faut multiplier les coefficients multiplicateurs. Dans l'exemple précédent le PIB a été multiplié par 1,03 en 2001 puis par 1,01 en 2002. Au total sur les deux années, il a été multiplié par  $1,03 \times 1,01 = 1,0403$ . Il a donc augmenté de 4,03 % sur l'ensemble de la période.

**Deuxième cas : je veux comparer en termes relatifs deux variables dans l'espace**

Je dois mesurer l'écart en pourcentage entre ces deux variables en procédant comme suit :

$$\text{Ecart en pourcentage} = \frac{\text{valeur que je compare} - \text{valeur de référence}}{\text{valeur de référence}} \times 100$$

: Ici, je veux comparer le PIB/hab des États-Unis à celui de la France pris comme référence. Je fais donc le calcul suivant :  $[(PIB/hab_{EU} - PIB/hab_{France}) / PIB/hab_{France}] \times 100$

dont le résultat est =  $[(37\,500 - 28\,300) / 28\,300] \times 100 = 32,51$

On en déduit que le PIB par habitant des États-Unis (variable que je compare) est supérieur de 32,5 % à celui de la France (valeur de référence).

Mais si je prends comme référence le PIB/hab des États-Unis, alors il faut procéder ainsi :

$[(PIB/hab_{France} - PIB/hab_{EU}) / PIB/hab_{EU}] \times 100$

dont le résultat est =  $[(28\,300 - 37\,500) / 37\,500] \times 100 = -24,5$

Interprétation : Le PIB/hab de la France (variable que je compare) est inférieure de 24,5 % à celui des États-Unis (variable de référence)

*NB : Attention à bien identifier la valeur de référence de la valeur que l'on veut lui comparer.*

#### 4<sup>ème</sup> outil : **Les indices en base 100**

Un indice est un outil statistique qui permet de mesurer rapidement la différence relative entre au moins deux données statistiques dans le temps et dans l'espace. C'est un outil particulier, dans la mesure où ce n'est pas le résultat de son calcul qui fournit la différence entre les deux données, mais l'exploitation de ce résultat. Pour calculer un indice il faut choisir l'élément qui servira de base de comparaison (de valeur de référence) et auquel on attribue la valeur 100.

##### **Premier cas : Une série d'indices chronologique**

Dans une série chronologique de valeurs on prend généralement pour base la valeur de début (donc la plus ancienne). Mais ce n'est pas forcément le cas. Appelons cette valeur de base  $V_0$  (celle enregistrée au temps  $t_0$ ) et  $V_n$  la valeur qu'on veut lui comparer (enregistrée au temps  $t_n$ ). L'indice de la valeur  $V_n$  en base 100 =  $t_0$  se calcule ainsi :  $[V_n / V_0] \times 100$

On voit immédiatement que l'indice base 100 est le coefficient multiplicateur que l'on a multiplié par 100.

Ex : Soit la série chronologique du PIB français de 1980 (= année de base) à 2003 (en milliards d'euros)

| <b>1980</b> | <b>1985</b> | <b>1990</b> | <b>1995</b> | <b>2000</b> | <b>2003</b> |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 389,1       | 727,4       | 1000,9      | 1181,8      | 1420,1      | 1557,2      |

Le calcul des indices en base 100 = 1980 donne les résultats suivants :

| <b>1980</b> | <b>1985</b> | <b>1990</b> | <b>1995</b> | <b>2000</b> | <b>2003</b> |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 100         | 186,9       | 257,2       | 303,7       | 365         | 400,2       |

Lecture : Entre 1980 (année de base) et 2003, le PIB Français a augmenté de  $(400,2 - 100) 300,2 \%$ . La différence s'exprime bien en % puisque par rapport à une base qui est 100.

En revanche on dira que l'indice du PIB de la France en base 100 = 1980 a augmenté de 35,2 points  $(400,2 - 365)$  entre 2000 et 2003. Si l'on veut calculer la variation relative en % entre ces deux dates, il faudra procéder au calcul suivant (taux de variation):

$$[(\text{Indice}_{\text{PIB}2003} - \text{Indice}_{\text{PIB}2000}) / \text{Indice}_{\text{PIB}2000}] \times 100 = [(400,2 - 365) / 365] \times 100 = 9,64$$

On pourra dire alors que l'indice du PIB a augmenté de 9,64 % entre 2000 et 2003.

##### **Deuxième cas : Une série d'indices de comparaison non chronologique**

Il s'agit ici de comparer des données émanant d'ensembles différents (ex : pays, PCS, secteurs institutionnels,...). On procède ainsi :

Soit  $V_{\text{ref}}$  la valeur de référence et  $V_n$  la valeur à laquelle on va la comparer.

L'indice base 100 = Grandeur de référence se calcule ainsi :  $(V_n / V_{\text{ref}}) \times 100$

Ex : comparons les PIB/hab de différents pays en 2003 en prenant pour base le PIB/hab de la France. En voici les données exprimées en US \$:

| <b>États-Unis</b> | <b>France</b> | <b>Royaume Uni</b> | <b>Allemagne</b> | <b>Italie</b> | <b>Suède</b> |
|-------------------|---------------|--------------------|------------------|---------------|--------------|
| 37 500            | 28 300        | 30 100             | 27 600           | 26 700        | 29 000       |

Le calcul des indices des PIB/hab « 100 = France » donne les résultats suivants :

| <b>États-Unis</b> | <b>France</b> | <b>Royaume Uni</b> | <b>Allemagne</b> | <b>Italie</b> | <b>Suède</b> |
|-------------------|---------------|--------------------|------------------|---------------|--------------|
| 132,5             | 100           | 106,4              | 97,5             | 94,3          | 102,4        |

Lecture : On retrouve l'écart calculé précédemment à savoir que le PIB/hab des États-Unis est supérieur de 32,5 % à celui de la France. Le PIB/hab de l'Allemagne est, lui, inférieur de 2,5% à celui de la France. On dit également qu'il représente 97,5 % de celui de la France.

*NB : Quand on sait par l'économiste Jean Gadrey que la marge d'erreur dans l'évaluation de ces PIB/hab est de l'ordre de 15 %, on en déduit que les écarts mesurés et le classement établi à partir de ceux-là, n'ont pas grande signification... Moralité : Toujours se poser la question de la fiabilité des données fournies et de leur mode de production !*

### COMMENT PASSER D'UN OUTIL DE MESURE A UN AUTRE ?

#### Comment passer du coefficient multiplicateur (cm) au taux de variation (tv) ?

$$TV = \frac{V_A - V_D}{V_D} \times 100 = \left( \frac{V_A}{V_D} - \frac{V_D}{V_D} \right) \times 100 = \left( \frac{V_A}{V_D} - 1 \right) \times 100 = (CM - 1) \times 100$$

En résumé :

$$TV = (CM - 1) \times 100$$

#### Comment passer du taux de variation (TV) au coefficient multiplicateur (CM) ?

On tire des égalités précédentes le résultat suivant :  $CM = \left( \frac{TV}{100} \right) + 1$

#### Comment passer de l'indice base 100 au coefficient multiplicateur ?

Il suffit de le diviser par 100.  $(CM = \frac{Indice}{100})$

#### Comment passer du coefficient multiplicateur à l'indice base 100 ?

Il suffit de le multiplier par 100.  $(Indice \text{ base } 100 = CM \times 100)$

|                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------|
| <b>TABLEAU DE CORRESPONDANCE ENTRE LES DIFFERENTS OUTILS DE MESURE</b> |
|------------------------------------------------------------------------|

| TAUX DE VARIATION | COEFFICIENT MULTIPLICATEUR | INDICE |
|-------------------|----------------------------|--------|
| + 1 %             | 1,01                       | 101    |
| + 10 %            | 1,1                        | 110    |
| + 100 %           | 2                          | 200    |
| + 150 %           | 1,5                        | 150    |
| + 500 %           | 6                          | 600    |
| + 0,1 %           | 1,001                      | 100,1  |
| - 1 %             | 0,99                       | 99     |
| - 10 %            | 0,90                       | 90     |
| - 50 %            | 0,5                        | 50     |
| - 100 %           | 0                          | 0      |
| - 0,1 %           | 0,999                      | 99,9   |